

学習 1 点を数える

2進数

概要

コンピュータの中のデータは0と1の列の形で格納され、転送されます。たった2つの記号を使って、どうやったら文字や数字を表現できるのでしょうか？

教科学習との関連

- Mathematics: Number Level 2 and up. Exploring numbers in other bases.
Representing numbers in base two.
※ [数と計算] 2進法や他の記数法で数を表すこと
- Mathematics: Algebra Level 2 and up. Continue a sequential pattern, and describe a rule for this pattern. Patterns and relationships in powers of two.
※ [数列] はじめの数列の何項かをみて続きを書いたり、数列を生成している規則を記述したりすること。特に公比2の等比数列でのパターンと関係。

技能

- Counting 数を数える。
- Matching 他の情報の表しかたに対応させる。
- Sequencing 順番に並べる。

年齢

- 7歳以上

教材

- 説明のために、5種類の2進数カード(6ページを参照)を作る必要があります。点の代わりにスマイルマークのシールが貼ってあるA4のカードも効果的です。

<子どもごとに必要なもの>

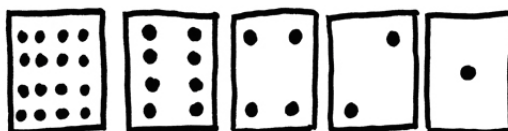
- 5種類のカード
- 2進数が印刷されたカード(6ページ)をコピーして、切り取ってください。
- ワークシート学習: 2進数(5ページ)

<必要に応じてさらに学習を選ぶことができます>

- ワークシート学習: 2進数を計算する(7ページ)
- ワークシート学習: 秘密のメッセージを送ろう(8ページ)
- ワークシート学習: 電子メールとモデム(9ページ)
- ワークシート学習: 31より大きい数を数える(10ページ)
- ワークシート学習: 2進数のあれこれ(11ページ)

基本的原理

5 ページのワークシートに進む前に、基本的な原理を説明しておきます。この学習では、ここに示す 5 種類のカードが必要です。片面だけに点が描かれています。教室の前でカードを持ってもらうために、5 人の子どもを選びましょう。カードは次の順番に並べる必要があります。



討論

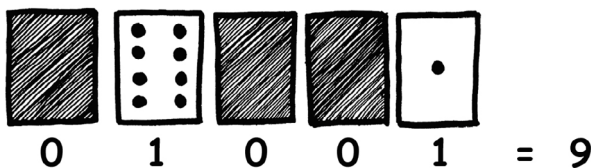
カードの点の数に気づいたでしょうか (それぞれのカードは、右のカードの倍の数になっています)。左にもう一枚加えるとしたら、点はいくつ必要ですか (32)。その次は？

このカードをめくることで、数を作ることができます。子どもに 6 を作らせてみてください (4 と 2 のカード)。次に 15 (8 と 4 と 2 と 1 のカード)、次に 21 (16 と 4 と 1)、...

次に、0 から順に数え上げさせてみましょう。

見ている子どもたちにカードがどのようなパターンで反転するかを観察させます (それぞれのカードは、その右のカードの半分の頻度で反転します)。2 つ以上のグループで試してもよいでしょう。

カードは、表が見えていないときは 0 を表し、見えているときは 1 を表します。これが 2 進法の仕組みです。



子どもに 01001 を作らせます。10 進数だと何の数になりますか (9)。17 は 2 進数でどう書きますか (10001)。子どもが理解するまで、いくつかの課題を与えます。

理解を充実するために、5 個の選択学習が用意されています。子どもが理解できるまで行いましょう。



2進数

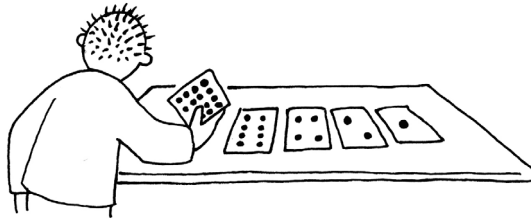
数え方を学ぼう

数え方は知っている?そうですね、ここでは新しいやり方を学びましょう!

コンピュータは0と1しか使えないことを知っていましたか?コンピュータで見えるものや聞こえるもの、たとえば文字、絵、数、動画、音などは、すべて0と1だけで表現されています。今回の学習を体験すれば、コンピュータと同じやり方で、友達に秘密のメッセージが送れるようになります。

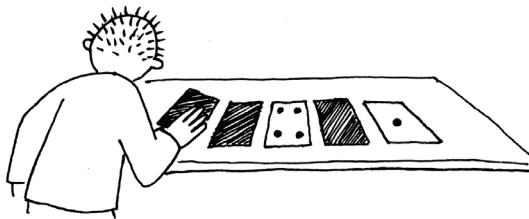
説明

カードをシートから切りぬいて、16個の点のカードを左にして、図のように順に並べます。



カードはきちんと図の順番に並べるように気をつけましょう。

次に、カードを裏返して、合わせて5個の点だけが見えるようにします。カードの順番は変えてはいけません!



3と12と19を作ってみよう。

ある数を表すのに、2通り以上の並べ方はありますか?

これらを使って表せるいちばん大きい数は何ですか?

いちばん小さな数は?

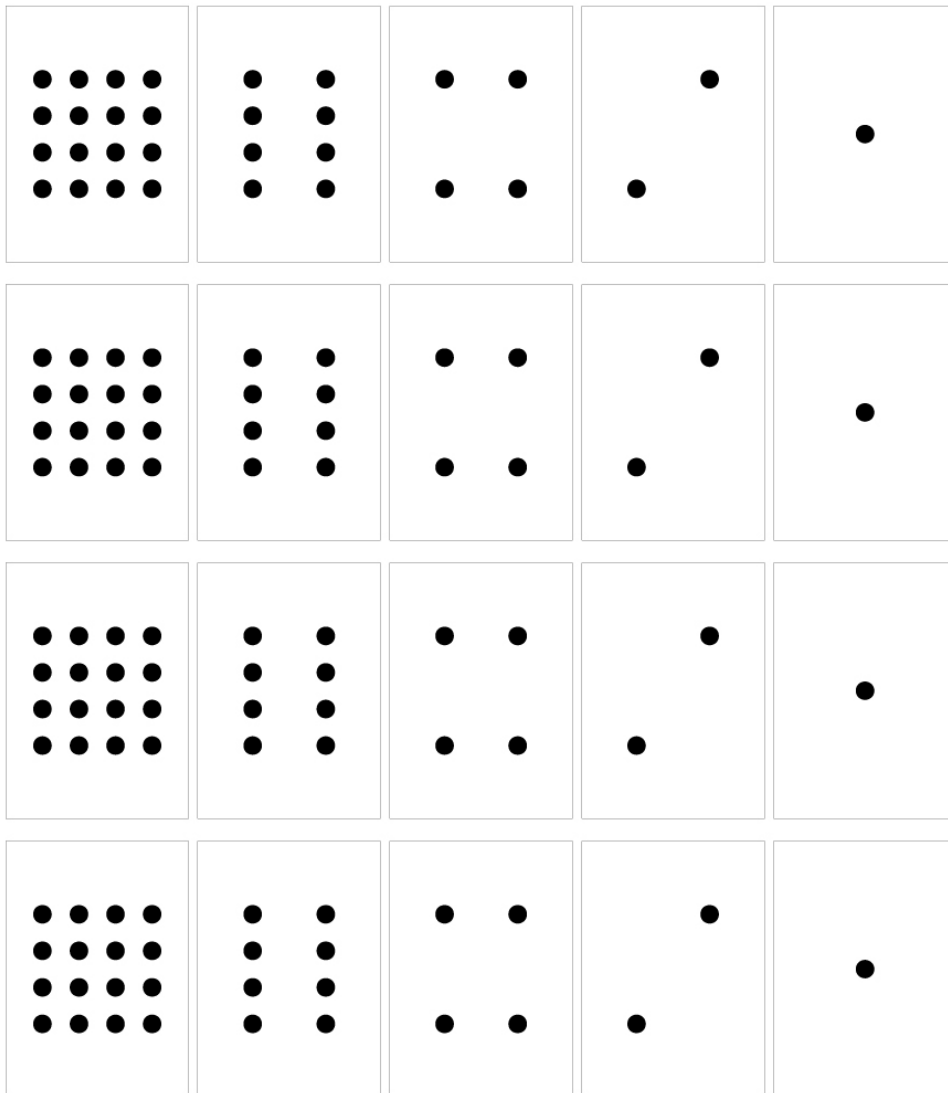
いちばん小さい数といちばん大きい数の間で、表せない数がありますか?

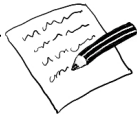
応用問題

1、2、3、4の数を順に作ってみよう。

数を1ずつ増やしたときに、カードをどのように裏返せばよいかという規則を見つけられますか?

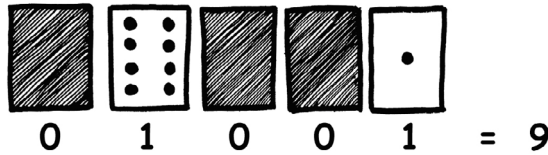
複写用シート





2進数を計算する

2進法では、カードが向いている面を0と1で表します。0はカードが裏向きで、1はカードが表向きで数が見える状態です。例を見ましょう。



10101を計算できますか？11111はどうでしょう？

自分の誕生日を2進数で書いてみましょう。次に、友だちの誕生日を2進数で書いてみましょう。

記号で書かれた数を計算しよう

$$\begin{matrix} \boxtimes & \boxcheck & \boxtimes & \boxtimes & \boxcheck \\ (\boxcheck=1, \boxtimes=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \downarrow & \uparrow \\ (\uparrow=1, \downarrow=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \odot & \odot & \odot & \odot & \odot \\ (\odot=1, \circ=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \updownarrow & \updownarrow \\ (\updownarrow=1, \updownarrow=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \text{☺} \\ (\text{☺}=1, \text{☹}=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ (\updownarrow=1, \updownarrow=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} + & + & \times & + \\ (+=1, \times=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \cup & \cup & \cup & \cup & \cup \\ (\cup=1, \cup=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \blacktriangle & \blacktriangledown & \blacktriangle & \blacktriangledown & \blacktriangledown \\ (\blacktriangle=1, \blacktriangledown=0) \end{matrix} =$$

$$\begin{matrix} \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit & \spadesuit \\ (\spadesuit=1, \clubsuit=0) \end{matrix} =$$

応用問題

長さが1、2、4、8、16の棒を使って、31までの長さの棒を作ってみよう。

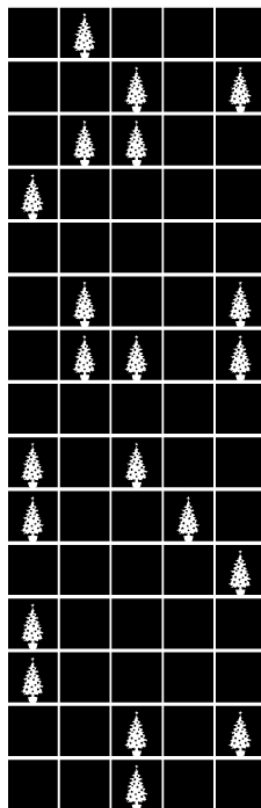


秘密のメッセージを送ろう

トムはデパートの最上階に閉じ込められてしまった。季節はそろそろクリスマスで家に帰りたい。どうしたらいいだろう？

声を出して叫んでみたが、誰も近くにいないようだ。道の向かい側では、夜遅くまでコンピュータの仕事をしている人たちが見えた。彼らに気づいてもらう方法はあるだろうか。トムは使えそうなものがないか探してみた。そして、アイデアが浮かんだ。クリスマスツリーの明かりでメッセージを送ろう！

彼はツリーの明かりを点けたり消したりできるように、コンセントを探した。そして道の向こうの女性が理解してくれそうな、簡単な2進数のコード(符号)を使った。うまく伝わるだろうか？



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z



電子メールとモデム

コンピュータはモデムでインターネットに接続し、同じように2進法を使ってメッセージを送ることができます。違いは「ビー」という音を使うことだけです。高い音は1を表し、低い音は0を表します。これらの音はとても速く繰り返されるので、私たちに聴こえるのは耳障りな高い音です。もし聴いたことがなければ、インターネットに接続されたモデムの音を聴いてみましょう。または、ファクシミリに電話をかけましょう。ファクシミリも情報を送るためにモデムを使っています。



トムがデパートで使ったコード(符号)を使って、友だちに電子メールのメッセージを送ってみよう。ゆっくりで構いません。本物のモデムのような速さである必要はありませんから。





31 より大きい数を数える

もういちど2進数のカードを見てみましょう。もう1枚カードを加えるとしたら、何個の点のカードが必要でしょう？ その次のカードは？ 新しいカードの点はどんな規則でしょう？ これから見るように、大きな数も数枚のカードで表すことができます。

カードの並びをよく見ると、おもしろい規則がわかるでしょう。

1, 2, 4, 8, 16...

1+2+4 の答えは何でしょう？

次に 1+2+4+8 の答えは？

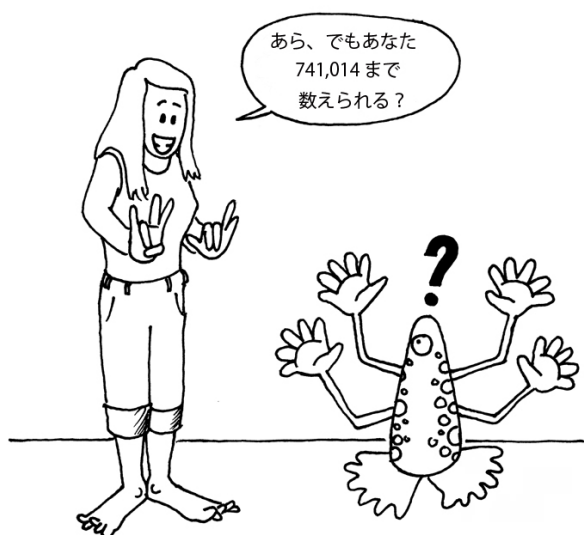
先頭から数を足していくとどうなるでしょう？

みなさんは指で数えることができますが、10 より大きい数は数えられませんよね。エイリアンではないのですから。でも、2進法を使って、片手の指を点の書かれたカードとして使えば、みなさんは0から31の数を表すことができます。32個の数ですね。(0も数です！)

指を使って順に数えてみましょう。指が伸びていたら1、閉じていたら0です。

両手を使うと、実は0から1023の数を数えられます。1024個の数ですね！

もし足の指まで使えたら(宇宙人になる必要があるかもしれませんが)、もっと大きな数を数えられるでしょう。片手の指で32個を数えられれば、両手では $32 \times 32 = 1024$ 個を数えられます。さて、足の指を自由に曲げられる女の子は、両手と両足を使っていくつの数まで数えられるでしょう？





2進数のあれこれ

- ① 2進数のおもしろい性質を見ましょう。右側に0を加えるとどうなりますか。普段使っている10進数では、右に0を加えると、元の数の10倍になりました。たとえば、9は90になるし、30は300になります。

では、2進数で右に0を加えるとどうなりますか？試してみてください。

$$1001 \rightarrow 10010$$

(9) (?)

他の数で、あなたの考えを試してみましょう。どんな規則がありますか？どうしてそうなると思いますか？

- ② 私たちが使ったカードは、コンピュータの「ビット」を表していました。ビットというのは2進数の1桁です。英語で使うアルファベットは、5枚のカード、または5ビットがあれば表すことができます。しかし、コンピュータは大文字、小文字、数字、句読点、「\$」や「~」のような記号などを区別できる必要があります。

キーボードを見ながら、コンピュータは英語のいくつの文字を表現できる必要があるのかを考えてみましょう。それらの文字を表現するために、コンピュータは何ビットが必要でしょう？

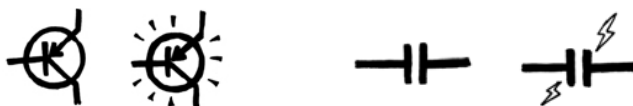
多くのコンピュータは、文字をそれぞれのビットで表現するASCIIと呼ばれる形で表現します。しかし、英語以外の国では、もっと長いコードを使う必要があります。



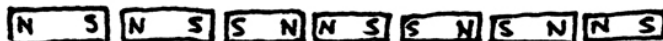


実際のコンピュータでは

現在のコンピュータは、情報を2進法で扱っています。2個の数字を使うので2進と呼ばれます。人間は普通、10進を使います。1桁の0か1をビットと呼びます。ビットはコンピュータのメモリの中で、トランジスタがオンかオフか、またはコンデンサが充電されているかどうかで表現されます。



データが電話線や電波で送信されるときは、高い音と低い音が1と0として使われます。フロッピーディスクやハードディスクなどの磁気ディスクや磁気テープでは、ビットは表面に塗られた磁性体のNとSの向きで表されます。



音楽CDやCD-ROM、DVDでは、表面で光が反射するかしないかによってビットを表します。1個ずつのビットではたくさんの情報を表現できないため、普通は8個をひとまとまりにして0から255の値を表現します。この8ビットをバイトと呼びます。



コンピュータの速さは、いちどに計算できるビット数で変わります。たとえば、32ビットのコンピュータはいちどに32ビットを計算します。16ビットのコンピュータは32ビットの数をいくつかに分けて計算する必要があるため遅くなります。

つまり、ビットやバイトは、コンピュータが記憶したり通信したりするための数値や文章、そしてすべての情報として使われます。この後の学習では、コンピュータで使われるその他の情報の表現についても見ていくことにします。



解答とヒント

2進数 (5 ページ)

3 は 1 と 2 のカードが必要です。

12 は 8 と 4 のカードが必要です。

19 は 16 と 2 と 1 のカードが必要です。

数を作る方法は 1 通りしかありません。

作ることができるいちばん大きい数は 31 です。いちばん小さい数は 0 です。その間の数はすべて作れます。数を作る方法は 1 通りしかありません。

応用問題

どんな数でも、1 増やすためには、右から順に 1 枚を表にするまで裏返していきます。

2進数で解く (7 ページ)

$$10101 = 21$$

$$11111 = 31$$

秘密のメッセージを送る (8 ページ)

コード (符号) になったメッセージ: `help i(!)m trapped`

31 より大きい数を数える (10 ページ)

いちばん小さい桁から足していくと、ある桁までの和は、その次の桁の数より 1 だけ小さい数になります。たとえば、 $1 + 2 + 4$ は 7 で、次の 8 より 1 だけ小さいです。

足の指を自由に曲げられる女の子は、 $1024 \times 1024 = 1,048,576$ 通り (0 から 1,048,575 まで!) を数えられます。

2進数のあれこれ (11 ページ)

2進数の右に 0 を置くと、その数は 2 倍になります。

すべての桁の 1 が 2 倍の価値を持つようになるため、全体で 2 倍の値になります。(10進数では、右に 0 を置くと 10 倍になります)

コンピュータは英語のすべての文字を表すのに 7 ビット必要です。7 ビットは 128 文字を表せます。7 ビットの文字は 8 ビットである 1 バイトの中に入れられるので、アルファベットしか使わない場合は 1 ビットが無駄になっていることになります。